



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

مدیریت آموزش و پرورش کاشان

معاونت آموزش متوسطه کاشان

کارشناس تکنولوژی و گروه های آموزشی دوره متوسطه

از باران تا رویش



ریاضیات

پایه نهم



بسته کامل درسی



تهیه و تنظیم توسط اساتید محترم :

علیرضا عساری - مطلب زاده - سلطانی - عطوفی - باغ چایی - لقب دوست و میر حسینی.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

فصل ۳ هندسه : حل مسئله

ثابت کنید در هر دایره اگر دو کمان برابر باشند وترهای نظیر آنها با هم برابرند.
(چون دو کمان مساویند زاویه های مرکزی مقابل به آنها مساویند)

فرض	$\widehat{AB} = \widehat{CD}$ و مرکز دایره O و $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$
حکم	$AB = CD$

اثبات : از مرکز دایره به نقاط A, B, C, D وصل می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{شعاع } OA = OD = R \\ \text{طبق فرض : } \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \\ \text{شعاع } OB = OC = R \end{array} \right\} \rightarrow OAB \cong OCD \rightarrow AB = CD \text{ (ض ض ض)}$$

ثابت کنید در هر دایره اگر دو وتر برابر باشند کمانهای نظیر آنها با هم برابرند.

فرض	مرکز دایره O و $AB = CD$
حکم	$\widehat{AB} = \widehat{CD}$

اثبات :

$$\left. \begin{array}{l} OA = OD = R \\ AB = CD \text{ :طبق فرض} \\ OB = OC = R \end{array} \right\} \rightarrow OAB \cong OCD \rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} = \widehat{AB} = \widehat{CD} \text{ (ض ض ض)}$$

(چون زاویه های مرکزی $\widehat{O_1}, \widehat{O_2}$ مساوی شدند پس کمانهای مقابل به آنها هم مساویند)
ثابت کنید در هر دایره اگر دو وتر مساوی باشند مرکز دایره از دو وتر مساوی به یک فاصله است.

(می دانیم اگر از مرکز دایره بر وتر عمود کنیم آن وتر نصف می شود)

فرض	$AB = CD$ و $AH = HB = CH = HD$
حکم	$OH = OH'$

اثبات :

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ \\ BO = OC = R \text{ (وتر)} \\ HB = HC \text{ طبق فرض} \end{array} \right\} \text{ (و ض)} \rightarrow OH'B \cong OCH \rightarrow OH = OH'$$

ثابت کنید در هر دایره اگر مرکز دایره از دو وتر به یک فاصله باشد آنگاه دو وتر مساویند :

فرض	$OH = OH'$
حکم	$AB = CD$

اثبات : از مرکز دایره به B و C وصل می کنیم :

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ \\ BO = OC = R \text{ (وتر)} \\ OH = OH' \text{ طبق فرض} \end{array} \right\} \rightarrow O\widehat{HB} \cong O\widehat{CH} \rightarrow \widehat{HB} = \widehat{HC} \rightarrow \sphericalangle \widehat{HB} = \sphericalangle \widehat{HC} \\ \rightarrow AB = CD \text{ (وض)}$$

قضیه : ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع ، ضلع های روبرو، همواره با هم برابرند.
(تعریف متوازی الاضلاع : چهار ضلعی است که اضلاع روبرو، دو به دو با هم موازیند)

فرض : $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$

حکم : $BC = AD$, $AB = CD$

اثبات : قطر BD را رسم می کنیم تا دو مثلث ایجاد شود و با اثبات هم نهشتی دو مثلث به حکم برسیم :

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD, \text{ مورب } BD \rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \\ AD \parallel BC, \text{ مورب } BD \rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{D}_2 \\ BD = BD \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ABD \cong \triangle BCD \quad AD = BC, AB = CD \\ \text{(ض ز)}$$

با توجه به اثبات فوق ، همین نتیجه را می توان با رسم قطر AB بدست آورد. (تعمیم دادن)

از هم نهشتی دو مثلث فوق، نتیجه دیگری هم در مورد زاویه های متوازی الاضلاع بدست می آوریم یعنی :

$$\widehat{A} = \widehat{C}, \widehat{B} = \widehat{D}$$

پس در هر متوازی الاضلاع ، زاویه های روبرو مساوی اند.

قضیه : ثابت کنید که اگر از نقطه ای خارج از دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم طول این دو مماس برابرند.

در شکل مقابل نقطه O مرکز دایره است و از نقطه M خارج از دایره دو مماس AM و MB را رسم کرده ایم باید

ثابت کنیم : $AM = MB$

(می دانیم : شعاع دایره در نقطه تماس ، بر خط مماس عمود است یعنی $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$)

فرض : $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$, $OA = OB = R$ حکم : $AM = MB$

اثبات :

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ OM = OM \text{ (وتر مشترک ضلع مشترک)} \\ OA = OB = R \text{ (شعاع دایره)} \end{array} \right\} \rightarrow OAM \cong OMB \rightarrow AM = MB$$

(وض)

(چون دو مثلث OAM و OMB به حالت (وض) هم نهشت شدند پس: $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$, $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$:
یعنی OM : نیم ساز زاویه های O, M خواهد بود.