جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

مدیریت آموزش و پرورش کاشان

معاونت آموزش متوسطه کاشان

کارشناس تکنولوژي و گروه هاي آموزشي دوره متوسطه

از باران تا رویش

ریاضیات

پایه نهم

تهیه و تنظیم توسط اساتید محترم :

علیرضا عصاری– مطلب زاده–سلطانی–عطوفی–باغ چایی–لقب دوست و میرحسینی.

سال تحصیلی ۱۴۰۰–۱۳۹۹

فصل ۳ – هندسه اثبات

تعمیم :

وقتی خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، اگر تمام ویژگی هایی که در استدلال خود به کار برده ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز برقرار باشد می توان درستی نتیجه را به همه عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.

۲۳ ×۱۰۱ = ۲۳۲۳

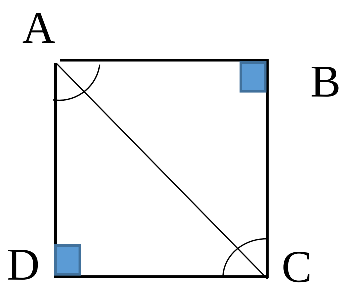
۵۷ × ۱۰۱ = ۵۷۵۷ $\overline{XY} \times ۱۰۱ = \overline{XYXY}$

۹۸ × ۱۰۱ = ۹۸۹۸

ثابت کنید در هر مربع ، هر قطر ، نیمساز زاویه های دو سر آن قطر است.

فرض : ABCD مربع است : $AB = BC = CD = AD , \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = ۹۰^{\circ}$

حکم : $\widehat{C_۱} = \widehat{C_۲} \quad , \quad \widehat{A_۱} = \widehat{A_۲}$



اثبات :

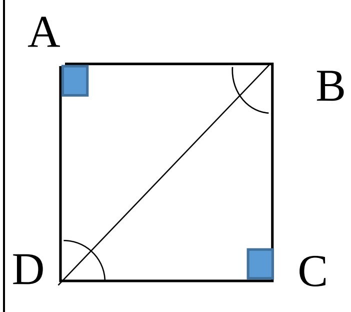
طبق فرض: $AB = CD$

$\hat{B} = \hat{D} = ۹۰$

طبق قرض: $BC = AO$

$ABC \cong ADC = \widehat{A_۱} = \widehat{A_۲} \quad - \quad \widehat{C_۱} = \widehat{C_۲}$

با استدلالی شبیه فوق ، این خاصیت را می توان به قطر دیگر (BD) تعمیم داد و به طور کلی : در مربع ، هر قطر ، نیمساز زاویه های دو سر قطر خواهد بود.

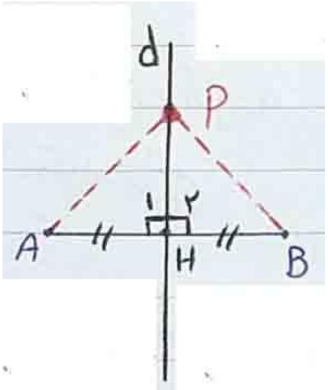


$\widehat{B_۱} = \widehat{B_۲} \quad , \quad \widehat{D_۱} = \widehat{D_۲}$

ثابت کنید هر نقطه روی عمود منصف یک باره خط، از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

فرض : $AH = HB \quad , \quad \widehat{H_۱} = \widehat{H_۲} = ۹۰$

حکم : AP = PB



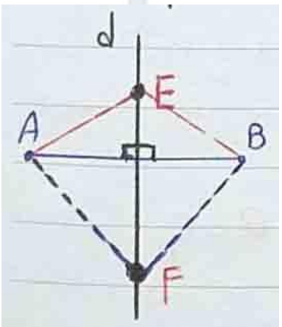
اثبات :

$$AH = HB \text{: طبق فرض}$$

$$\widehat{H_۱} = \widehat{D_۲} = ۹۰$$

$$PH = PH \text{: ضلع مشترک}$$

$$AHP \cong BHP = AP = PB$$

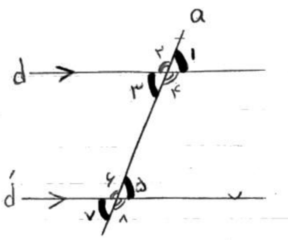


اگر به جای نقطه P، نقاطی دیگر مانند E و F بر روی عمود منصف در نظر بگیریم.

این دو نقطه هم دارای شرایط دقیقاً یکسانی با نقطه P هستند و دیگر نیازی به اثبات نداریم . یعنی : AE = EB , AF=FB (تعمیم دادن)

نتیجه : هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط، از دو سر پاره خط به یک اندازه است. (خاصیت عمود منصف)

قضیه خطوط موازی و مورب : اگر دو خط موازی را خطی مورب مانند a قطع کند هشت زاویه تشکیل می شود که چهار زاویه تند مساویند و چهار زاویه باز هم مساویند و یک زاویه تند و یک زاویه باز مکمل هستند :



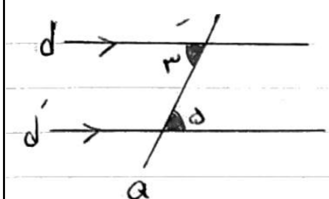
d ۱۱ $\acute{d}$, مورب و $a = \hat{۱} = \hat{۳} = \hat{۵} = \hat{۷}$

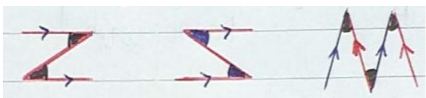
$$\hat{۲} = \hat{۴} = \hat{۶} = \hat{۸}$$

$$\hat{۱} + \hat{۲} + ۱۸۰,۰۰۰$$

نتیجه :

اگر دو خط موازی را خطی مورب قطع کند دو زاویه تند بین دو خط با هم مساویند.

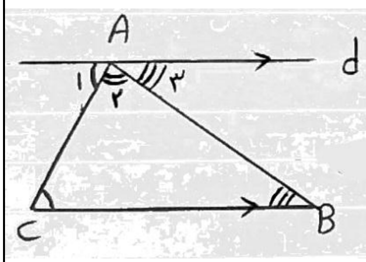




$\left(d \text{ II } \acute{d} \text{ مورب و } a\right) \rightarrow \hat{۳} = \hat{۵}$

قضیه : ثابت کنید مجموع زوایای داخلی هر مثلث ، ۱۸۰ درجه است.

حکم : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^{\circ}$

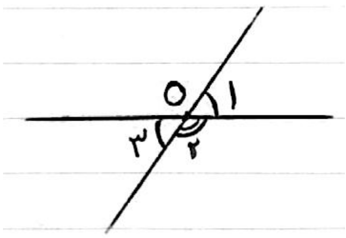


اثابت : از رأس A، خط d را موازی BC رسم می کنم و از قضیه فوق استفاده می کنیم:

$$\left(d\ II\ bc \quad \text{مورب و} \quad AC\right) \rightarrow \widehat{A_{۱}} = \hat{C}$$

$$\left(D\ II\ BC \quad \text{مورب و} \quad AB\right) \rightarrow \widehat{A_{۳}} = \hat{B}$$

چون : $\widehat{A_{۱}} + \widehat{A_{۲}} + \widehat{A_{۳}} = ۱۸۰^{\circ} \rightarrow \widehat{C_{۱}} + \widehat{A_{۲}} + \widehat{B_{۳}} = ۱۸۰^{\circ}$



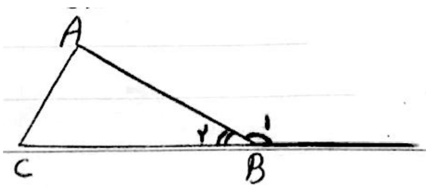
قضیه : ثابت کنید دو زاویه متقابل به رأس همواره برابرند.

حکم : $\widehat{O_{۱}} = \widehat{O_{۳}}$

$$\widehat{O_{۱}} + \widehat{O_{۲}} = ۱۸۰^{O}$$
$$\widehat{O_{۳}} + \widehat{O_{۲}} = ۱۸۰^{O}$$
$$\rightarrow \widehat{O_{۱}} + \widehat{O_{۲}} = \widehat{O_{۳}} + \widehat{O_{۲}} = \widehat{O_{۱}} + \widehat{O_{۳}}$$

قضیه : ثابت کنید در هر مثلث اندازه یک زاویه خارجی برابر است با مجموع اندازه دو زاویه داخلی غیر مجاورش

حکم: $\widehat{B_{۱}} = \hat{A} + \hat{C}$



می دانیم : $\hat{A} + \hat{C} + \widehat{B_{۲}} = ۱۸۰^{O}$

می دانیم : $\widehat{B_{۱}} + \widehat{B_{۲}} = ۱۸۰^{O}$