



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

مدیریت آموزش و پرورش کاشان

معاونت آموزش متوسطه کاشان

کارشناس تکنولوژی و گروه های آموزشی دوره متوسطه

از باران تا رویش



ریاضیات

پایه نهم



بسته کامل درسی



تهیه و تنظیم توسط اساتید محترم :

علیرضا عساری - مطلب زاده - سلطانی - عطوفی - باغ چایی - لقب دوست و میر حسینی.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

فصل ۳: هندسه هم نهشتی

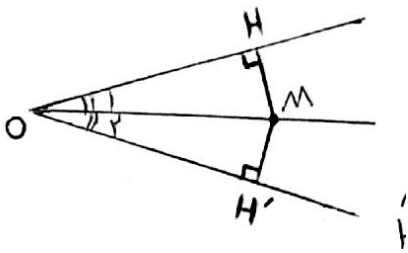
سه حالت کلی هم نهشتی مثلث ها ۱- (ض ض ض) ۲ (ز ض ز) ۳- (ض ض ض) : برای هم نهشتی مثلثهای قائم الزاویه ، علاوه بر سه حالت کلی فوق ، دو حالت ویژه مثلثهای قائم الزاویه وجود دارد :

۱- (وض) : وتر و یک ضلع ۲- (وز) : وتر و یک زاویه تند

قضیه : ثابت کنید هر نقطه روی نیم ساز زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. (خاصیت نیم ساز) (یادآوری : فاصله یک نقطه از یک خط برابر است با طول پاره خطی که از آن نقطه بر آن خط عمود شود).

فرض : $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$, $\widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ$ حکم : $MH = M'H'$

اثبات :

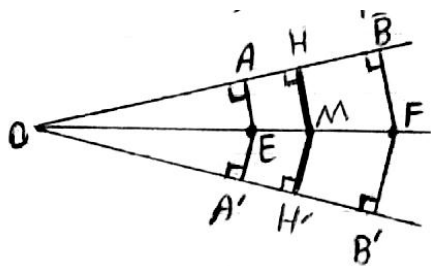


$$\widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ$$

$$OM = OM \text{ (ضلع مشترک یا وتر مشترک)}$$

$$\widehat{O_1} = \widehat{O_2} \text{ (طبق فرض (زاویه تند))}$$

$$\rightarrow OMH \cong OM'H' = MH = M'H' \text{ (وز)}$$



اگر به جای نقطه M، نقاطی دیگر مانند E و F روی نیم ساز زاویه در نظر بگیریم چون این دو نقطه E و F دقیقاً شرایطی یکسان با نقطه M دارند پس دیگر نیازی به اثبات مجدد نیست یعنی :

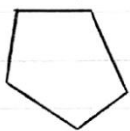
$$BF = FB', AE = EA' \text{ (تعمیم دادن)}$$

چند ضلعی محدب و مقعر :

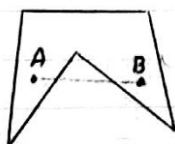
(چندضلعی محدب : چند ضلعی است که تمام زاویه های آن کوچکتر از 180° درجه باشد).

(چند ضلعی مقعر : چند ضلعی است که حداقل یکی از زاویه های آن بزرگتر از 180° درجه باشد)

چند ضلعی در صورتی محدب است که اگر هر دو نقطه دلخواه داخل چند ضلعی را به هم وصل کنیم پاره خط حاصل کاملاً داخل چند ضلعی قرار بگیرد. در غیر اینصورت مقعر است.



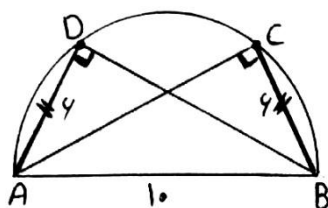
محدب



مقعر



مقعر



در شکل مقابل : AB قطر نیم دایره است و $BC = AD = 6$, $AB = 10$ ثابت کنید $AC = BD$:

(می دانیم : اندازه زاویه محاطی در دایره برابر است با نصف کمان روبرویش)

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \text{ و } \widehat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{D} = \widehat{C} = 90^\circ$$

زاویه محاطی مقابل به قطر دایره قائمه است.

$$\text{فرض: } BC = AD = 6, \widehat{D} = \widehat{C} = 90^\circ$$

$$\text{حکم: } AB = BD$$

اثبات:

$$\widehat{D} = \widehat{C} = 90^\circ$$

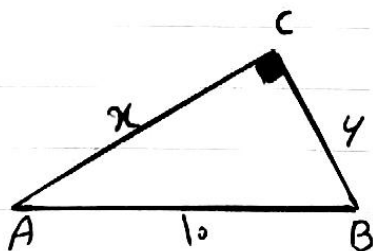
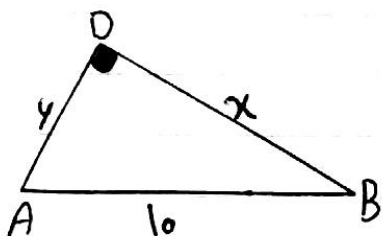
$$AB = AB = \text{ضلع مشترک (وتر مشترک)}$$

$$BC = AD = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{D} = \widehat{C} = 90^\circ \\ AB = AB = \text{ضلع مشترک (وتر مشترک)} \\ BC = AD = 6 \end{array} \right\} \text{ (وض) } \triangle ABC \cong \triangle BAD \rightarrow AC = BD$$

روش دوم: با استفاده از قضیه فیثاغورس می توان طول های AC و BD را بدست آورد و ثابت کنیم: $AC = BD$

$$10^2 = X^2 + 6^2 \rightarrow X^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow X = \sqrt{64} = 8 = BD$$



$$X=8=AC$$

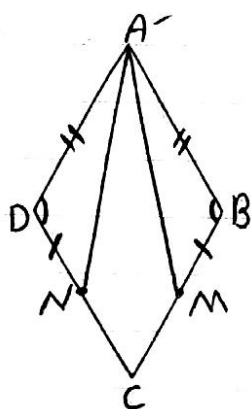
چهار ضلعی ABCD لوزی است و نقطه های M و N وسط های اضلاع BC و CD هستند ثابت کنید:

$$AM=AN$$

$$\text{فرض: } DN = NC, BM = MC, \widehat{A} = \widehat{C}, \widehat{B} = \widehat{D}, AB = BC = CD = AD$$

$$\text{حکم: } AM=AN$$

اثبات:



$$AB = AD = \text{طبق فرض}$$

$$\widehat{B} = \widehat{D} = \text{طبق فرض}$$

$$BM = DN = \text{طبق فرض}$$

$$ABM \cong ADN \rightarrow AM = AN \text{ (ض ز ض) =}$$